## 基础课57 古典概型及概率的基本性质

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 已知甲、乙两人下棋，和棋的概率为，乙胜的概率为，则甲胜的概率和甲不输的概率分别为（ C ）.

A. ， B. ， C. ， D. ，

[解析]因为“甲胜”是“和棋或乙胜”的对立事件，所以甲胜的概率为.设“甲不输”为事件，则 可看作是“甲胜”与“和棋”这两个互斥事件的和事件，所以.故选.

2. （改编）已知甲、乙两人各射击一次，命中率分别为0.8和，两人都命中的概率为，则甲、乙两人至少有一人命中的概率为（ D ）.

A. 0.6 B. 0.7 C. 0.8 D. 0.94

[解析]至少有一人命中，可看成“甲命中”和“乙命中”这两个事件的并事件.设事件 为“甲命中”，事件 为“乙命中”，则“甲、乙两人至少有一人命中”为事件，所以.故选.

3. 某学校推出了《植物栽培》《手工编织》《实用木工》《实用电工》4门校本劳动选修课程,要求每个学生从中任选2门进行学习,则甲、乙两名同学选的课恰有1门课程相同的概率为（ A ）.

A. B. C. D.

[解析]甲、乙两名同学选的课恰有1门课程相同的选法有（种）,而甲、乙两名同学任选2门课的选法有（种）,因此甲、乙两名同学选的课恰有1门课程相同的概率.故选.

4. 从1,2,3， ，30这30个数中任意选择一个数，则事件“选择的数是偶数或能被5整除的数”的概率是（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]设事件 为“选择的数为偶数”，事件 为“选择的数能被5整除”，则，，，所以.故选.

5. （改编）若随机事件，互斥，，发生的概率均不等于0，且，，则实数的取值范围为（ D ）.

A. , B. , C. , D. ,

[解析]由题意，知，，

，即 解得,.故选.

6. 某商家在春节前开展商品促销活动,若顾客的购物金额满80元,则可以从“福”字、春联和灯笼这三类礼品中任意免费领取一件,若有5名顾客都领取了礼品,则他们中恰有3人领取的礼品种类相同的概率是（ D ）.

A. B. C. D.

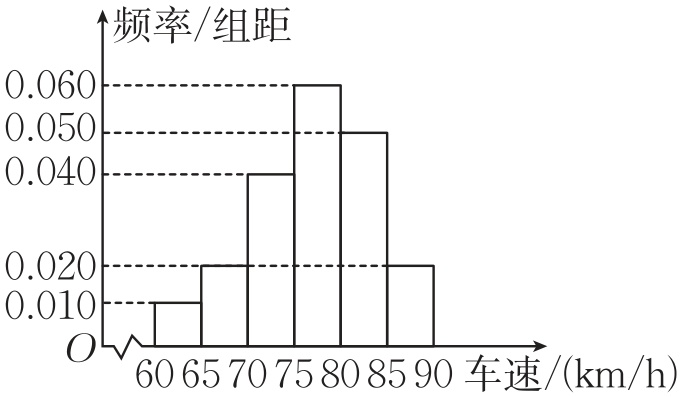
[解析]先考虑恰有3人领取的礼品种类相同的情况,先从5人中选取3人有（种）,再从三类礼品中领取一件有（种）,另外2人从剩下的两类礼品中任意选择有（种）,按照分步乘法计数原理可得（种）,总情况有（种）,故恰有3人领取的礼品种类相同的概率是.故选.

7. （改编）连掷两次骰子得到的点数分别为和，记向量与向量的夹角为 ，则,的概率是（ B ）.

A. B. C. D.

[解析].,，一共有 种不同的组合,满足 的有（种）， 所求概率.故选.

8. 某研究机构为了实时掌握当地新增高速的运行情况，在某服务区从小型汽车中抽取了80名驾驶员进行调查，将他们在某段高速公路的车速（单位：）分成，，，，共六段，得到如图所示的频率分布直方图，则下列结论错误的是（ D ）.



A. 这80辆小型车辆车速的众数的估计值为77.5

B. 在该服务区任意抽取1辆车，估计车速超过的概率为0.65

C. 若从样本中车速在的车辆中任意抽取2辆，则至少有1辆车的车速在的概率为

D. 若从样本中车速在的车辆中任意抽取2辆，则车速都在的概率为

[解析]根据频率分布直方图可知，这80辆小型车辆车速主要集中在 内，众数为，故 正确；

车速超过 的频率为，故 正确；

车速在 的车辆共有（辆），车速在 的车辆有（辆），所以任意抽取2辆，至少有1辆车的车速在 内的概率为，故 正确；

车速都在 内的概率为，故 错误.故选.

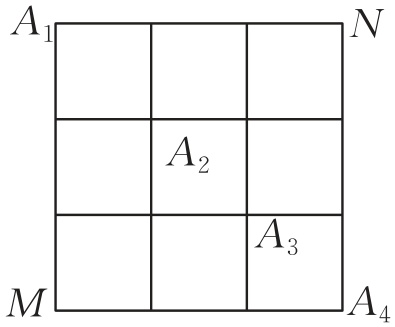
#### 综合提升练

9. （多选题）某竞赛协会安排了分别标有序号“1号”“2号”“3号”的三辆车，等可能随机顺序前往机场接参赛选手.某嘉宾突发奇想，设计两种乘车方案.方案一：不乘坐第一辆车，若第二辆车的车序号大于第一辆车的车序号，就乘坐此车，否则乘坐第三辆车.方案二：直接乘坐第一辆车.记方案一与方案二坐到“3号”车的概率分别为，，则下列结论正确的是（ CD ）.

A. B. C. D.

[解析]三辆车的出车顺序可能为123,132,213,231,312,321，方案一坐到“3号”车可能为132,213,231，所以；方案二坐到“3号”车可能为312,321，所以，所以，，.故选.

10. （多选题）如图，在某城市中，，两地之间有整齐的方格形道路网，其中，，，是道路网中位于一条对角线上的4个交汇处.今在道路网，处的甲、乙两人分别要到，处，他们分别随机地选择一条沿街的最短路径，以相同的速度同时出发，直到到达，处为止，则下列说法正确的是（ BD ）.



A. 甲从到达处的方法有120种

B. 甲从必须经过到达处的方法有9种

C. 甲、乙两人在处相遇的概率为

D. 甲、乙两人相遇的概率为

[解析]对于，甲从 到达 处，需要走6步，其中向上3步，向右3步，所以从 到达 处的方法有（种），故 错误；对于，甲从 到达 处，需要走3步，其中向上1步，向右2步，共（种），从 到达 处，需要走3步，其中向上2步，向右1步，共（种），所以甲从 必须经过 到达 处的方法有（种），故 正确；对于，甲经过 的方法有（种），乙经过 的方法有（种），所以甲、乙两人在 处相遇的方法有（种），故甲、乙两人在 处相遇的概率，故 错误；对于，甲、乙两人沿着最短路径行走，只能在，，，处相遇，若甲、乙两人在 处相遇，甲经过 处，必须向上走3步，乙经过 处，则乙前三步必须向左走，两人在 处相遇的走法有1种，若甲、乙两人在 或 处相遇，由 知，各有81种，若甲、乙两人在 处相遇，甲经过 处，必须向右走3步，乙经过 处，则乙前三步必须向下走，则两人在 处相遇的走法有1种，所以甲、乙两人相遇的概率，故 正确.故选.

11. 若用0,1,2,3组成无重复数字的三位数,则这个三位数是偶数的概率为  .

[解析]组成无重复数字的三位数共有（个）,当0做个位时有（个）,当2做个位时有（个）,故三位数是偶数的概率为.

12. （双空题）5人并排站成一行，如果甲、乙两人不相邻，那么不同的排法种数是72；5人并排站成一行，甲、乙两人之间恰好有1人的概率是  .（用数字作答）

[解析]先排除甲、乙两人外的3人共有 种排法，再将甲、乙两人从4个空中选2个插入有 种排法，所以甲、乙两人不相邻的不同的排法共有（种）；甲、乙两人之间恰好有一人的排法共有 种，5人并排站成一行共有 种排法，所以甲、乙两人之间恰好有1人的概率为.

#### 应用情境练

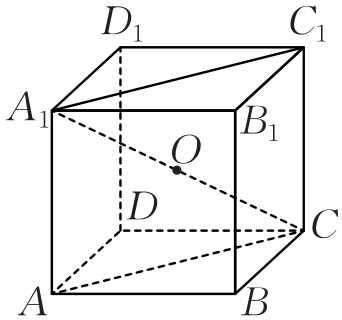
13. 《三十六计》是中华民族非物质文化遗产之一，是一部传习久远的兵法奇书.在三十六计中，每六计为一套，共分为胜战计、敌战计、攻战计、混战计、并战计、败战计六套，合三十六个计策.如果从这36个计策中任取2个计策，那么这2个计策都来自同一套的概率为  .

[解析]从36个计策中任取2个计策的样本空间中包含的样本点总数为，所选2个计策都来自同一套包含的样本点个数为，则这2个计策都来自同一套的概率.

14. 从正方体的8个顶点和中心中任选4个点，求这4个点恰好构成三棱锥的概率.

[解析]如图，从正方体的8个顶点和中心中任取4个点，有 个结果.

4个点恰好构成三棱锥分两种情况：



①从正方体的8个顶点中取4个点，共有 个结果，其中四点共面有两种情况：一是四点构成侧面或底面，有6种情况;二是四点构成对角面（如平面），有6种情况.在同一个平面的有（个），构成的三棱锥有（个）.

②从正方体的8个顶点中任取3个点，共有 个结果，其中所取3点与中心共面，则这4个点在同一对角面上，共有 个结果，因此，所选3点与中心构成三棱锥有（个）.

故从正方体的8个顶点和中心中任选4个，则这4个点恰好构成三棱锥的个数为，故所求概率.

#### 创新拓展练

15. 已知大于3的素数只分布在和两数列中（其中为非零自然数）.数列中的合数叫阴性合数，其中的素数叫阴性素数；数列中的合数叫阳性合数，其中的素数叫阳性素数.从30以内的素数中任意取出两个，恰好是一个阴性素数、一个阳性素数的概率是  .

[解析]30以内的素数有2,3,5,7,11,13,17,19,23,29，共10个，其中阴性素数有5,11,17,23,29，共5个，阳性素数有7,13,19，共3个.因此，所求概率.

16. 有一种击球比赛，把从裁判发球哨响开始到之后裁判第一哨响为止，叫作一回合，在每一回合中，发球队赢球后得1分并在下一回合发球，另一队得零分，发球队输球后，比赛双方均得零分，下一回合由另一队发球，甲、乙两球队正在进行这种击球比赛，从以往统计结果看，每一回合，甲、乙两队输赢球的概率都相等.

（1）在连续三个回合中，第一回合由甲队发球，求甲队得1分的概率；

（2）比赛进入决胜局，两队得分均为25分.在接下来的比赛中，甲队第一回合发球，若甲、乙两队某一队得分比对方得分多2分，则比赛结束，得分多的队获得比赛胜利，求甲队在第四回合获得比赛胜利的概率.

[解析]（1）用 表示事件“在一回合中，甲队赢球”，则在三个回合中，所有可能的结果是，，，，，，，，共8个，其中只有，，，共3个结果甲队得1分.

设“在连续三个回合中，第一回合由甲队发球.甲队得1分”为事件，则，所以甲队得1分的概率为.

（2）打完四回合的所有可能结果是，，，，，，，，，，共10个，其中只有，，共2个结果甲队在第四回合比乙队多2分，甲获胜.

设“甲队在第四回合获得比赛胜利”为事件，则，

所以甲队在第四回合获得比赛胜利的概率为.